

SESION 2

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS Y TEOREMA DE PITÁGORAS

I. CONTENIDOS:

1. Razones y segmentos proporcionales.
2. Triángulos semejantes.
3. Criterios de semejanza para triángulos.
4. Teorema de Pitágoras.
5. Teorema de Tales.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Clase, el alumno:

- Aplicará el teorema de tales para la comprensión de segmentos proporcionales.
- Analizará los criterios para determinar semejanza de triángulos.
- Comprenderá y aplicará el teorema de Pitágoras.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿En cuántas partes iguales se puede dividir una recta? Y ¿en cuántas proporcionales?
- ¿Cómo se podría calcular la altura de un edificio sin medirlo directamente?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Razones y segmentos proporcionales

Si se tienen dos cantidades expresadas en las mismas unidades existe una relación entre ellas llamada razón que se obtiene dividiendo una entre la otra. Por ejemplo si se tienen dos segmentos, A y B la razón entre ellos se determina como en el siguiente caso:

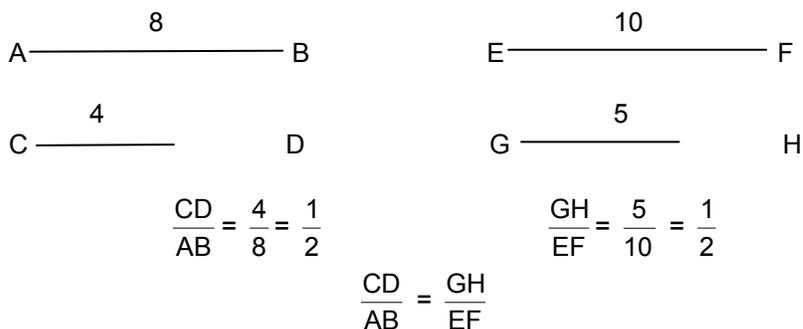


Si se tiene la igualdad de dos razones entonces la expresión es una proporción:

$$2:10 = 6:30 \quad \text{“Dos es a diez como seis es a treinta”}.$$

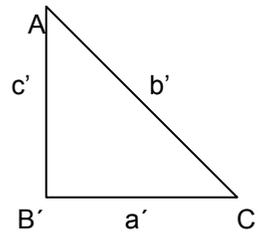
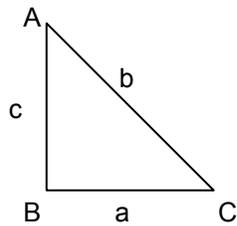
También puede expresarse de la siguiente manera: $\frac{2}{10} = \frac{6}{30}$

Si se tienen dos segmentos que presentan la misma proporción la relación se muestra como sigue:



2.1. Triángulos Semejantes

Se definen como aquellos que tienen iguales sus ángulos correspondientes y sus lados homólogos son los opuestos a los ángulos iguales.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Así que:

$$\angle A = \angle A'$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

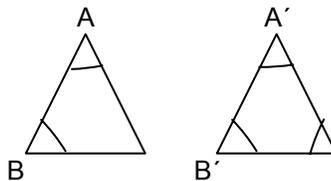
$$\angle B = \angle B'$$

“El triángulo ABC es semejante al triángulo A'B'C'”

$$\angle C = \angle C'$$

3.1. Criterios de semejanza para triángulos.

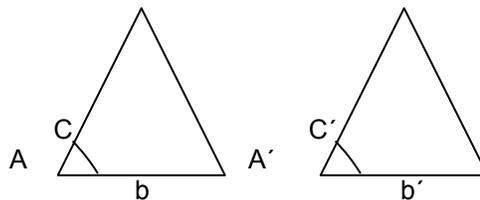
- Ángulo – Ángulo



$$\begin{aligned} \angle A &= \angle A' \\ \angle B &= \angle B' \end{aligned}$$

- Lado – Ángulo – Lado.

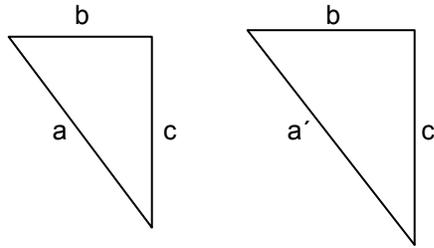
$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'}$$



$$\angle A = \angle A'$$

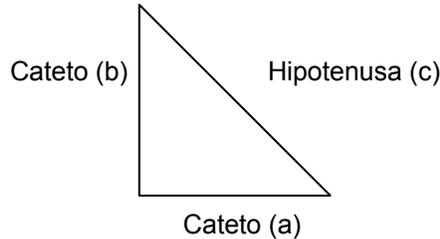
- Lado - lado - lado

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



4.1. Teorema de Pitágoras

Este teorema es de usos muy diversos en distintas áreas. Su aplicación es exclusiva para triángulos rectángulos y sólo para determinar alguno de sus lados. Los elementos de un triángulo rectángulo se muestran en la figura.



Después de una serie de demostraciones que aquí se omiten, el teorema queda como sigue:

- *En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.*

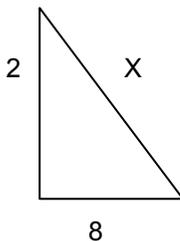
$$C^2 = a^2 + b^2$$

De lo anterior se desprenden dos fórmulas básicas, una para conocer la hipotenusa y otra para conocer cualquiera de los catetos:

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{(\text{cateto})^2 + (\text{cateto})^2}$$

$$\text{Cateto} = \sqrt{(\text{hipotenusa})^2 - (\text{cateto})^2}$$

Ejemplo:



Determinar el valor de X.

Solución:

El lado X es la hipotenusa del triángulo por lo tanto:

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{(\text{cateto})^2 + (\text{cateto})^2}$$

$$X = \sqrt{(8)^2 + (2)^2}$$

$$X = \sqrt{64 + 4}$$

$$X = \sqrt{68}$$

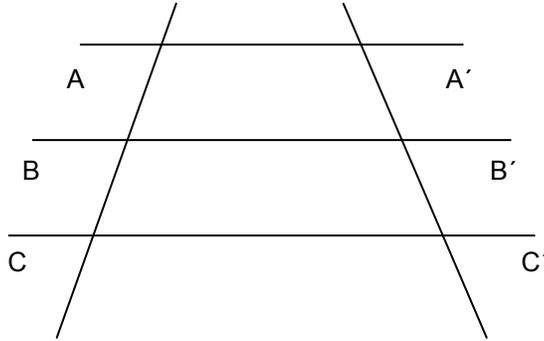
$$X = 2\sqrt{17}$$

El orden en que se acomodan los catetos en la fórmula No es relevante, de tal modo que:

$$X = \sqrt{(2)^2 + (8)^2} \quad \text{Da el mismo resultado.}$$

5.1. Teorema de Tales

Este teorema es referente a segmentos proporcionales formados por varias paralelas que cortan a dos rectas transversales de lo cual se generan segmentos correspondientes proporcionales.

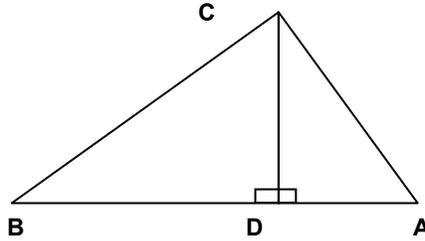


$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

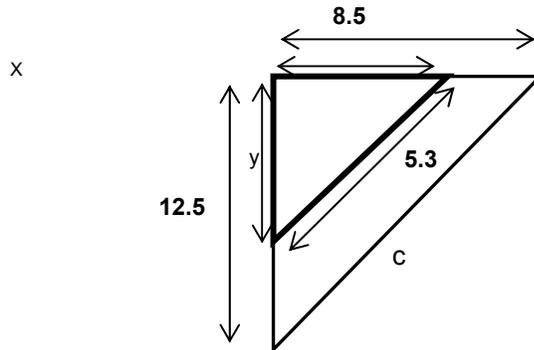
V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Realiza los siguientes ejercicios.

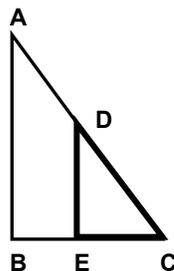
1. En la siguiente figura, CD = 2.4 es la altura del triángulo rectángulo ABC, AC = 3 y BC = 4 son sus catetos. Utilizando la semejanza de triángulos, calcula el valor de BD y DA.



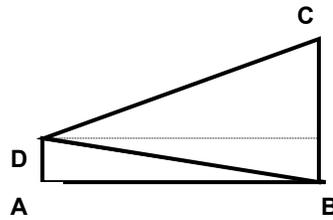
2. ¿Cuál es la medida de los lados y, x, c?



3. Encuentra los valores de DE y BC si AC = 14, DC = 3 EC = 2 y AB = 12



4. Encuentra la medida del lado AB si $BC = 17$, $CD = 25$ y $AD = 7$



B. Resuelve el Problema Reto.

Una persona observa hacia lo alto de un faro con un ángulo de elevación de 20° . Después de avanzar 90 mts observa de nuevo hacia lo alto del faro y el ángulo ahora es de 70° . Si el faro tiene una altura de 40 mts. ¿A qué distancia de la basa del faro se encuentra la persona?

